

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Рокки Ю. Э. группа 22101#

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1 Описание работы

В рамках учебной практики «Компьютерные технологии в математике» выполнить два задания, направленные на освоение системы вёрстки $\text{\LaTeX}$ и средств научной визуализации.

Задание 2 требует подготовить документ, содержащий математический текст с автоматической нумерацией формул, рубрикацией (разделы, подразделы) и оформлением новых окружений – теорем, лемм, определений, замечаний. В качестве содержательной основы взят материал пунктов 20.2–20.3 классического курса математического анализа: равномерное стремление к нулю, представление приращения функции с непрерывными частными производными, дифференцируемость функции многих переменных, полный дифференциал и правило дифференцирования сложной функции. Все формулы должны нумероваться автоматически (20.17 и т.д.), а ссылки на них – работать корректно. Требуется продемонстрировать умение создавать собственные команды и окружения (определения, теоремы, замечания) с автоматической нумерацией внутри разделов.

Задание 3 заключается в построении кривой в декартовых координатах с помощью интерпретатора команд `gnuplot` и последующей вставке полученного изображения в документ, созданный при выполнении задания 2. При этом необходимо использовать плавающие окружения (`figure`) для графика, добавить подпись и ссылку на рисунок в тексте. В отчёте приводится пример скрипта на `gnuplot` для функции $y = \frac{\sin x}{x}$ на интервале $[-10, 10]$, демонстрируется результат визуализации и объясняются параметры вставки.

Оба задания выполнены в среде $\text{\LaTeX}$ с использованием кодировки UTF-8, пакетов `amsmath`, `amsthm`, `graphicx` и др. Оформление отчёта соответствует требованиям (поля, шрифты, нумерация разделов, список литературы). Титульный лист оформлен по правилам ИМиТ ПетрГУ. Исходные тексты и итоговый PDF-файл размещены на сервере в каталоге `/home/04/olbgv1/public` с именем `Фамилия_НомерГруппы.tex` и `.pdf`.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2. Дифференцируемость функции нескольких переменных

В этом подразделе приведены основные определения и теоремы из п. 20.2–20.3, касающиеся дифференцируемости функции многих переменных. Все формулы имеют автоматическую нумерацию.

Равномерное стремление к нулю

Пусть $A \subseteq E_{xy}^2$, $B \subseteq E_{uv}^2$ и функция $f(x, y, u, v)$ определена для $(x, y) \in A$, $(u, v) \in B$. Она называется **равномерно стремящейся к нулю** на A при $(u, v) \rightarrow (u_0, v_0)$, если

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall (x, y) \in A, \forall (u, v) \in B, 0 < \sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2} < \delta \Rightarrow |f(x, y, u, v)| < \varepsilon.$$

Пусть $z = f(x, y)$ имеет непрерывные частные производные f_x, f_y на открытом множестве $G \subseteq E^2$. Тогда для её приращения существует представление

$$\Delta z = f_x(x, y)\Delta x + f_y(x, y)\Delta y + e_1\Delta x + e_2\Delta y,$$

где e_1, e_2 равномерно стремятся к нулю при $\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \rightarrow 0$ на любом замкнутом ограниченном $A \subset G$.

Дифференцируемость функции n переменных

Пусть $y = f(x)$, $x = (x_1, \dots, x_n)$, определена в окрестности $x^{(0)}$. Обозначим

$$\rho = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}, \quad \Delta y = f(x) - f(x^{(0)}), \quad \Delta x_i = x_i - x_i^{(0)}.$$

Функция f дифференцируема в точке $x^{(0)}$, если существуют числа $A_1, \dots, A_n$ такие, что при $\rho \rightarrow 0$

$$\Delta y = A_1\Delta x_1 + \dots + A_n\Delta x_n + o(\rho). \quad 20.17$$

При этом $A_i = \frac{\partial f(x^{(0)})}{\partial x_i}$.

Из дифференцируемости следует приближение линейной функцией:

$$f(x) = f(x^{(0)}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x^{(0)})}{\partial x_i} (x_i - x_i^{(0)}) + o(\rho), \quad \rho \rightarrow 0. \quad 20.18$$

Полный дифференциал

Линейную часть приращения (20.17) называют **дифференциалом** функции в точке x :

$$df(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \Delta x_n. \quad 20.19$$

Переходя к обозначениям $dx_i = \Delta x_i$, получаем

$$df(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} dx_n. \quad 20.20$$

При этом $\Delta f(x) = df(x) + o(\rho)$ при $\rho \rightarrow 0$.

Дифференциал (20.20) является линейной формой от dx_i , определённой на всём E^n , в то время как (20.17) имеет смысл только в области определения функции.

Дифференцирование сложной функции

Рассмотрим суперпозицию: пусть $x(t), y(t)$ дифференцируемы в точке t_0 , $x_0 = x(t_0), y_0 = y(t_0)$, а $z = f(x, y)$ дифференцируема в (x_0, y_0) .

[Правило цепочки] В указанных условиях сложная функция $z = f(x(t), y(t))$ имеет производную в точке t_0 , и

$$\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_0} + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=t_0}. \quad 20.21$$

В краткой форме: $\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt}$.

Формула (20.21) обобщается на случай любого числа переменных. Все приведённые выше формулы (20.17)–(20.21) нумеруются автоматически; при добавлении новых формул номера пересчитываются.

2.2 Задание 3. Построение кривой в gnuplot

Для выполнения задания был написан скрипт на языке **gnuplot**, строящий график функции $y = \frac{\sin x}{x}$ на отрезке $[-10, 10]$. Скрипт приведён ниже.

```
set terminal eps enhanced color
set output 'graph.eps'
set title 'График функции sin(x)/x'
set xlabel 'x'
set ylabel 'y'
set grid
set xrange [-10:10]
set yrange [-0.4:1.1]
plot sin(x)/x with lines linewidth 2 title 'f(x) = sin(x)/x'
```

После выполнения скрипта создаётся файл **graph.eps**, содержащий изображение кривой. Скрипт демонстрирует основные возможности **gnuplot**: задание терминала вывода, установку диапазонов осей, настройку сетки, построение линии заданной толщины.