

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Филатов А. С. группа 22101

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент И. В. Сосновский

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 2	3
2.2	Задание 3	4

1 Описание работы

В ходе работы я научился: использовать команды LaTeX для форматирования текста и создания различных элементов документа, работать с математическими формулами, строить графики и вставлять их в LaTeX-документы с помощью gnuplot.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Теорема 1 (минимальное свойство сумм Фурье). Если s_n — сумма Фурье ξ , то

$$\|x - s_n\| \leq \|x - \sigma_n\|$$

и элемент s_n является единственным элементом вида (53.17), удовлетворяющим этому условию.

Таким образом,

$$\|x - s_n\| = \min_{\sigma_n} \|x - \sigma_n\|,$$

и если $\|x - s_n\| = \|x - \sigma_n\|$, то $\sigma_n = s_n$.

Следствие. Последовательность $\{\|x - s_n\|\}$ является убывающей последовательностью.

Доказательство. Для любого элемента σ_n вида (53.17) имеем

$$\begin{aligned} \|x - \sigma_n\|^2 &= \|x - s_n + s_n - \sigma_n\|^2 = (x - s_n + s_n - \sigma_n, x - s_n + s_n - \sigma_n) \\ &= (x - s_n, x - s_n) + (x - s_n, s_n - \sigma_n) + (s_n - \sigma_n, x - s_n) + (s_n - \sigma_n, s_n - \sigma_n), \end{aligned}$$

ибо $(s_n - \sigma_n) \in L(e_1, e_2, \dots, e_n)$, а $x - s_n \in L^\perp(e_1, e_2, \dots, e_n)$, следовательно

$$(s_n - \sigma_n, x - s_n) = 0.$$

Поскольку $\|x - \sigma_n\|^2 \geq 0$, то из равенства (53.20) следует, что

$$\|x - \sigma_n\| \geq \|x - s_n\|.$$

Кроме того, если $\|x - \sigma_n\| = \|x - s_n\|$, то из (53.20) вытекает, что $\sigma_n = s_n$.

Доказательство. Заметим, что всякая линейная комбинация σ_n вида (53.17) удовлетворяет следующему неравенству:

$$\|x - s_{n+1}\| \leq \|x - s_n\|.$$

Теорема 1 означает, что сумма Фурье s_n элемента x является его наилучшим приближением в подпространстве $L(e_1, e_2, \dots, e_n)$.

В частности, если $e_1, e_2, \dots, e_n$ — ортогонализированный через процедуру Грама-Шмидта базис в подпространстве $L(e_1, e_2, \dots, e_n)$, то сумма Фурье s_n элемента x по базису $e_1, e_2, \dots, e_n$ является наилучшим приближением x в этом подпространстве.

2.2 Задание 3

