

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Гапанович К. Л., П. группа №22103

подпись

Руководитель практики:
Преподаватель, Е. И. Рыбин

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1 Описание работы

Краткое описание заданий и путей их выполнения [более 600 знаков с пробелами]

В $\text{\LaTeX}$ можно создавать профессионально оформленные научные статьи, книги, презентации, формулы, таблицы, графики, рисунки, списки литературы и многое другое. Он очень удобен для создания и оформления работы

Для подготовки документа с математическим текстом на $\text{\LaTeX}$, следует использовать специальные команды и окружения, предназначенные для ввода формул. Например, для ввода формулы внутри текста используется символ `\$`. Для выделения формулы в отдельную строку используется окружение `equation`. Также можно использовать различные математические команды, символы и операторы для оформления математических выражений. После набора текста с формулами документ $\text{\LaTeX}$ компилируется с помощью специальных программ, например, $\text{\LaTeX}$ -компилятора

Для построения изображения кривой в декартовых координатах с помощью интерпретатора команд `gnuplot`, необходимо создать скрипт, в котором задаются данные о кривой, ее свойства и параметры отображения. После написания скрипта его можно запустить в интерпретаторе `gnuplot`, который построит график кривой. Для вставки изображения в $\text{\LaTeX}$ -документ, можно воспользоваться командой, предназначенной для вставки изображений, например, `\includegraphics` с указанием пути к файлу с изображением.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

относительно действительной оси (рис. 12).

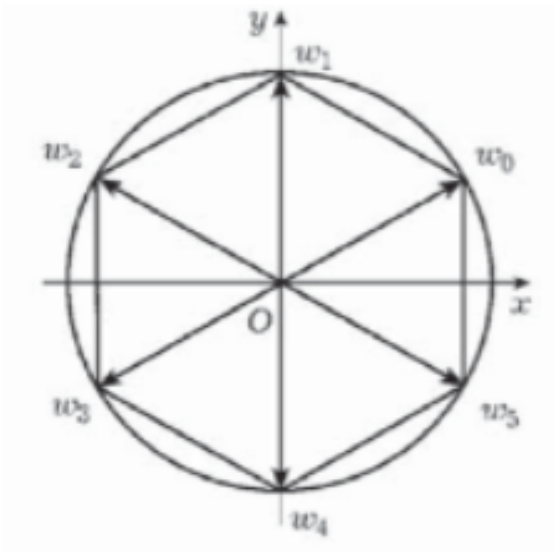


Рис. 11

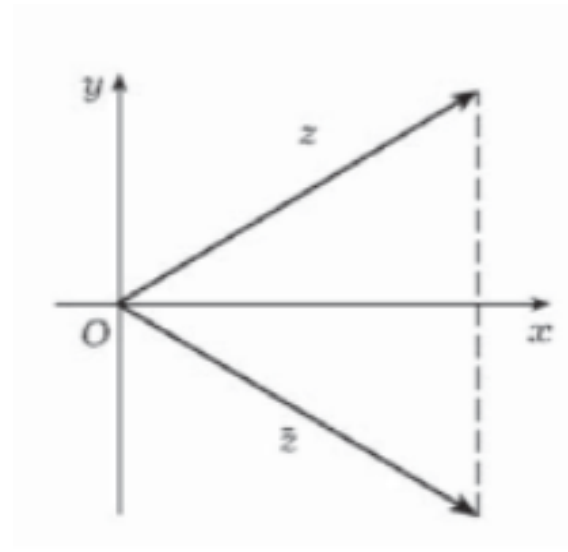


Рис. 12

Перечислим основные свойства сопряженных чисел.

$$1^\circ. |\bar{z}| = |z|, \arg \bar{z} = -\arg z.$$

$$2^\circ. z\bar{z} = |z|^2$$

$$3^\circ. \bar{\bar{z}} = z$$

$$4^\circ. \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$5^\circ. \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$$

$$6^\circ. \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$$

$$7^\circ. \overline{(z_1/z_2)} = \bar{z}_1/\bar{z}_2$$

In 6°. part.

Докажем 1°: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = |\bar{z}|$; если $z = r(\cos(-\phi) + i(\sin(-\phi)))$, то $\bar{z} = r(\cos \phi - i \sin \phi) = r(\cos(-\phi) + i \sin(-\phi))$, и потому $\arg \bar{z} = -\arg z$.

Докажем 2°: $z\bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 = |z|^2$.

Также просто доказывается $\bar{\bar{z}} = \overline{x + yi} = \overline{x - yi} = x + yi = z$.

Свойства 4° и 5° вытекают из симметричности сопряженных чисел относительно действительной оси (рис. 13 [3] и рис. 14 [4]), из которой следует, что число $\overline{z_1 + z_2}$ симметрично с $z_1 + z_2$, а число $\overline{z_1 - z_2}$ симметрично $z_1 - z_2$.

Проверим теперь, что в формуле 6°. абсолютные величины и аргументы чисел, стоящих в левой и правой частях равенства, равны:

$$|\overline{z_1 z_2}| \underset{1}{=} |z_1 z_2| \underset{(2.8)}{=} |z_1| |z_2| \underset{1}{=} |\bar{z}_1| |\bar{z}_2| \underset{(2.8)}{=} |\overline{z_1 z_2}|,$$

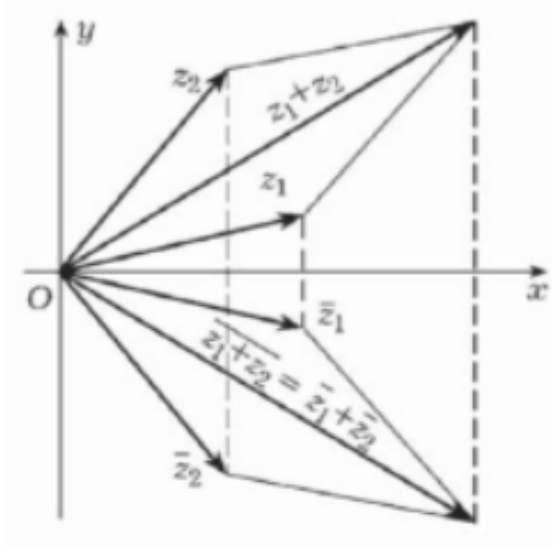


Рис. 13

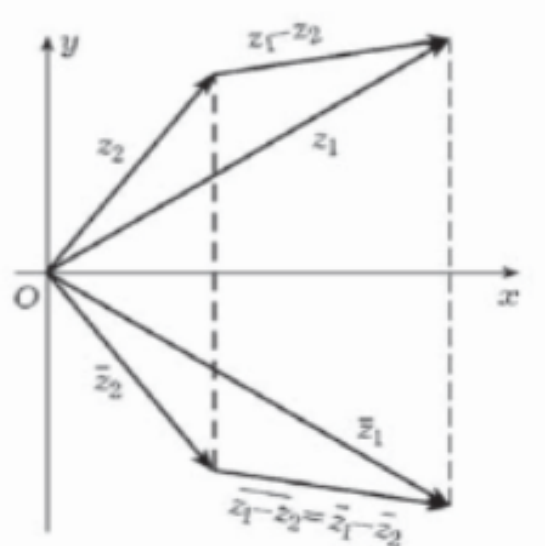


Рис. 14

$$\begin{aligned} \arg(\overline{z_1 z_2}) &= -\arg(z_1 z_2) \stackrel{(2.8)}{=} -(\arg z_1 + \arg z_2) \\ &= -\arg z_1 - \arg z_2 = \arg \overline{z_1} + \arg \overline{z_2} \stackrel{(2.8)}{=} \arg(\overline{z_1 z_2}). \end{aligned}$$

Аналогично доказывается свойство 7

Используя сопряженные комплексные числа, можно получить формулу для частного комплексных чисел в алгебраической форме: умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i}$ на число $x_2 - y_2 i$, сопряженное знаменателю, получим

$$\frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i} = \frac{(x_1 + y_1 i)(x_2 - y_2 i)}{(x_2 + y_2 i)(x_2 - y_2 i)} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} i.$$

При построении теории комплексных чисел мы исходили из того, что комплексным числом называют объекты вида $z = x + yi$, где x и y — действительные числа, а i — некоторый новый элемент, называемый мнимой единицей. Этому определению можно легко придать строго логическую форму следующим образом.

Назовем комплексным числом упорядоченную пару (x, y) действительных чисел x и y . Операции сложения и умножения для двух комплексных чисел (x, y) и (x', y') определим по формулам

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y'), \quad (16)$$

$$(x, y)(x', y') = (xx' - yy', xy' + x'y). \quad (17)$$

Комплексные числа вида $(x, 0)$ будем обозначать просто символом x :

$$(x, 0) = x, \quad (18)$$

а комплексное число $(0, 1)$ — символом i . Из формулы (17) следует, что

$$i^2 \equiv i \cdot i = (0, 1)(0, 1) \underset{(17)}{=} (-1, 0) = -1$$

Для любого комплексного числа (x, y) имеет место легко проверяемое тождество $(x, y) = x + yi$. В самом деле,

$$(x, y) \underset{(16)}{=} (x, 0) + (0, y) \underset{(17)}{=} (x, 0) + (0, 1)(y, 0) \underset{(18)}{=} x + yi$$

Таким образом, мы пришли к первоначальной записи комплексных чисел.

2.4. Перестановки и сочетания. Пусть задано конечное множество элементов. Выясним, сколькими различными способами можно упорядочить элементы этого множества.

О п р е д е л е н и е 3. Группы элементов, состоящие из одних и тех же элементов и отличающиеся друг от друга только их порядком, называются *перестановками этих элементов*

Число всех возможных перестановок n элементов обозначается P_n . Как это будет ниже показано, оно равно произведению всех натуральных чисел от 1 до n . Для краткости это произведение обозначают символом $n!$ (читается “эн факториал”), т. е. $n! \stackrel{\text{def}}{=} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Для удобства полагают

$$0! = 1 \tag{19}$$

П р и м е р 1. Группы $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3, 2\}$, $\{2, 1, 3\}$, $\{2, 3, 1\}$, $\{3, 1, 2\}$ и $\{3, 2, 1\}$ являются всевозможными перестановками элементов 1, 2 и 3.

Л е м м а. Если P_k — число всех перестановок из k элементов и $k > 1$, то

$$P_k = kP_{k-1} \tag{20}$$

▷ Множество всех перестановок из заданных k элементов разбивается на группы, в каждой из которых на первом месте стоит один и тот же элемент. Число таких групп равно k — числу всех элементов.

В перестановках, входящих в одну и ту же группу, на последующих $k - 1$ местах могут располагаться оставшиеся $k - 1$ элементов в любом порядке. Поэтому число перестановок в каждой группе равно P_{k-1} .

Каждая перестановка из k элементов попадает в одну из описанных групп и в точности один раз. Поэтому для числа P_k всех перестановок из k элементов имеет место соотношение (20). ◁

Т е о р е м а 1. Число всевозможных перестановок из n элементов равно $n!$:

$$P_n = n!. \tag{21}$$

▷ Докажем теорему методом математической индукции. Если $n = 1$, то, очевидно, $P_1 = 1 = 1!$. Если для некоторого $k \in \mathbf{N}$ имеет место

формула $P_k = k!$, то согласно лемме $P_{k+1} \stackrel{(20)}{=} (k+1)P_k = (k+1)k! = (k+1)!$. $\triangleleft$

Выясним теперь, сколько подмножеств, содержащих m элементов, имеет множество, состоящее из n элементов, $1 \leq m \leq n$

Каждое множество, содержащее m элементов из числа n заданных, называется *сочетанием из n элементов по m* .

Подчеркнем, что сочетание определено как множество некоторых элементов без рассмотрения порядка, в котором они расположены.

Число всех сочетаний из n элементов по m обозначается C_n^m .

2.2 Задание 3

Gnuplot

$x^{**2} - y^{**2}$ – гиперболический параболоид

Гиперболический параболоид —

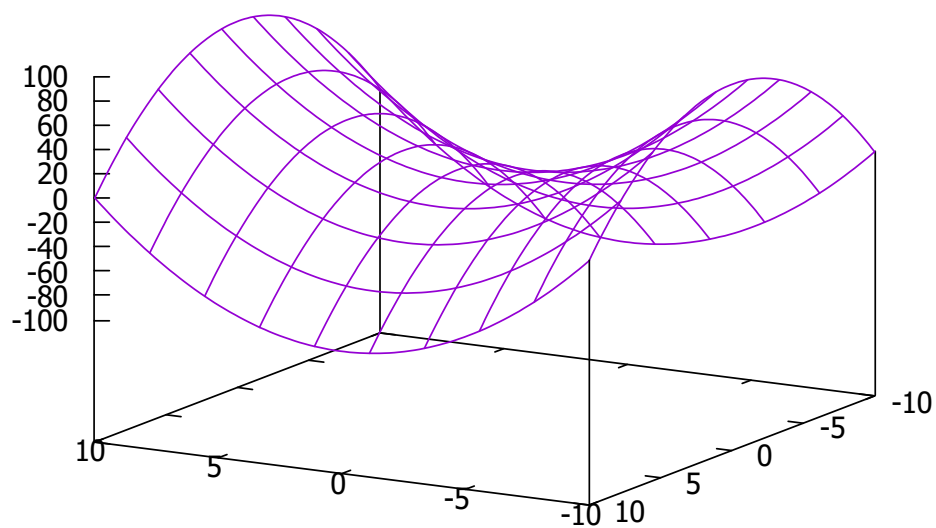


Рис. 1: Третья лабораторная