

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Зелинский В. П. группа 22103

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
2	Результаты работы	4
2.1	Задание 2	4
2.1.1	Интегрирование некоторых трансцендентных функций	4
2.1.2	Интегралы	4
2.1.3	Интегралы от трансцендентных функций, вычисляющиеся с помощью интегрирования по частям	4
2.1.4	Определённый интеграл Римана	5
2.2	Задание 3	6

1 Описание работы

В ходе практических работ на занятиях по Учебной практике: компьютерные технологии в математике и самостоятельного изучения основ о структуре LaTeX выполнил список заданий. В ходе выполнения заданий 1, 2, 3 и 4 воспользовался инструментами набора и трансляции математических текстов с помощью издательской системы LaTeX.

В задании номер 1 воспользовался инструментами набора и трансляции системы Latex формата tex в формат dvi, postscript, pdf. Использовал для этого выданный файл first-example.tex и добавил в него оригинальный абзац, содержащий не менее одной группы и двух специальных символов.

В задании номер 2 подготовил файл с математическим текстом, выданным преподавателем. Также использовал специальные символы, окружения для передачи точной информации из выданного задания.

В задании номер 3 овладел инструментами построения научных графиков с помощью системы Gnuplot. Для выполнения изучил шаги для набора графика, задания пространства, задачи графика и его сохранения, для размещения в файл со вторым заданием.

Также выполнение работы номер 4 сделано исключительно на LaTeX. Также изучил способы набора и трансляций LaTeX. Использовал символы, специальные знаки для набора математических формул.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

2.1.1 Интегрирование некоторых трансцендентных функций

2.1.2 Интегралы

$\int \sin \alpha x \cos \beta x dx, \int \sin \alpha x \sin \beta x dx, \int \cos \alpha x \cos \beta x dx$. Интегралы $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx, \int \sin \alpha x \sin \beta x dx, \int \cos \alpha x \cos \beta x dx$ вычисляются, если их подынтегральные выражения преобразовать по формулам.

$$\sin \alpha x \cos \beta x = 1/2 \sin \alpha + \beta x + \sin \alpha - \beta x$$

$$\sin \alpha x \sin \beta x = 1/2 \cos \alpha - \beta x - \cos \alpha + \beta x$$

$$\cos \alpha x \cos \beta x = 1/2 \cos \alpha + \beta x + \cos \alpha - \beta x$$

Например,

$$\int \sin x \cos 2x dx = 1/2 \int \sin 3x dx - 1/2 \int \sin x dx = -1/6 \cos 3x + 1/2 \cos x + C$$

2.1.3 Интегралы от трансцендентных функций, вычисляющиеся с помощью интегрирования по частям

К интегралам от трансцендентных функций, вычисляющимся с помощью интегрирования по частям, относятся много разнообразных интегралов, например,

$$\begin{aligned} & \int e^{\alpha x} \cos \beta x dx, \int e^{\alpha x} \sin \beta x dx, \int x^n \cos \alpha x dx, \\ & \int x^n \sin \alpha x dx, \int x^n e^{\alpha x} dx, \int x^n \arcsin x dx, \\ & \int x^n \arccos x dx, \int x^n \operatorname{arctg} x dx, \int x^n \operatorname{arccotg} x dx, \int x^n \ln x dx. \end{aligned}$$

Здесь везде n - целое неотрицательное число.

Для вычисления интегралов $\int e^{\alpha x} \cos \beta x dx$ и $\int e^{\alpha x} \sin \beta x dx$ следует их дважды проинтегрировать по частям, в результате для каждого из них получится линейное уравнение, из которого они сразу находятся. Например,

$$\begin{aligned} I &= \int e^{\alpha x} \sin \beta x dx = -\frac{1}{\beta} \int e^{\alpha x} d \cos \beta x = -\frac{e^{\alpha x} \cos \beta x}{\beta} + \\ &+ \frac{\alpha}{\beta} \int e^{\alpha x} \cos \beta x dx = -\frac{e^{\alpha x} \cos \beta x}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta^2} \int e^{\alpha x} \sin \beta x dx = -\frac{e^{\alpha x} \cos \beta x}{\beta} + \\ &+ \frac{\alpha}{\beta^2} (e^{\alpha x} \sin \beta x - \alpha \int e^{\alpha x} \sin \beta x dx) = \frac{(\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x) e^{\alpha x}}{\beta^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^2} I; \end{aligned}$$

отсюда $I = \frac{\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C$.

В интегралах $\int x^n \cos \alpha x dx, \int x^n \sin \alpha x dx, \int x^n e^{\alpha x} dx$, после однократного интегрирования по частям получаются интегралы тех же типов, но с меньшими показателями степени.

Рассмотрим пример:

$$\int x \sin x dx = -\int x d \cos x = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C.$$

В интегралах $\int x^n \arcsin x dx, \int x^n \arccos x dx, \int x^n \operatorname{arctg} x dx, \int x^n \operatorname{arccotg} x dx, \int x^n \ln x dx$ в результате однократного интегрирования по частям пропадает трансцендентная

функция, причем в первых двух получаются интегралы от иррациональных функций, а в трех последних - интегралы от рациональных функций и, следовательно, также выражающиеся через элементарные функции. Например,

$$\begin{aligned}\int \arcsin x dx &= x \arcsin x - \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = \\ &= x \arcsin x + \frac{1}{2} \int (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} d(1-x^2) = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.\end{aligned}$$

В заключение подчеркнем, что далеко не всякий интеграл от элементарной функции выражается через элементарные функции. Среди таких интегралов встречаются интегралы, которые находят большое применение в различных разделах математики. К числу их относятся, например, вероятностный интеграл $\int e^{-x^2} dx$, интегральный логарифм $\int \frac{dx}{\ln x}$, интегральный синус $\int \frac{\sin x}{x}$.

ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ

2.1.4 Определённый интеграл Римана

Напомним, что множество $\tau = \{x_k\}_{k=0}^{k=k_\tau}$ точек отрезка $[a, b]$ таких, что

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{k_\tau-1} < x_{k_\tau} = b,$$

называется разбиением отрезка $[a, b]$, $a \in R, b \in R$. Точки x_k называются точками разбиения τ , отрезки $[x_{k-1}, x_k]$ - отрезками разбиения τ ; их длины обозначаются δx_k , т.е. $\delta x_k = x_k - x_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots, k_\tau$ а число

$$|\tau|_{def} = \max\{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_{k_\tau}\}$$

называется мелкостью разбиения τ

Разбиение $\tau^* = \{x_k\}_{k=0}^{k=k_\tau}$ называется разбиением, вписанным в разбиение τ , если $\tau \subset \tau^*$, т.е. если каждая точка разбиения τ содержится в разбиении τ^* . В этом случае каждый отрезок $[x_{k-1}^*, x_k^*]$ разбиения содержится в некотором отрезке $[x_{j-1}, x_j]$ разбиения τ , $j = 1, 2, \dots, k_\tau$.

Разбиение τ^* , вписанное в разбиение τ , называется также разбиением, следующим за разбиением τ , и пишут $\tau^* \succ \tau$. В этом случае говорят также, что разбиение τ предшествует разбиению τ^* , и пишут $\tau \prec \tau^*$.

2.2 Задание 3

