

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Певтулиди К.Г. группа 22101

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Готовая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
1.1	Задание 2	3
1.2	Задание 3	3
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 2	3
2.2	Задание 3	7

1 Описание работы

В задании №2 подготовить документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. Переписать страницы с готового документа, пользуясь оформлением Latex. Оформить новые окружения (теоремы, леммы). Пронумеровать формулы в автоматическом режиме. Сделать ссылки на нумерованные формулы. Научится оформлять колонтитулы.

В задании №3 изучить команды интерпретатора gnuplot. Затем с помощью интерпретатора команд gnuplot(- программа для создания двух- или трехмерных графиков) построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания №2.

1.1 Задание 2

Подготовить документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. (страницы берутся из Том 1, Том 2)

Скринкаст о наборе математических формул.

Скринкаст о рубрикации текста и специальных абзацах.

Скринкаст об оформлении новых окружений (теоремы, леммы и пр.) и команд.

Внимание! Разделы, если они есть, и нумерация формул должны быть оформлены автоматически.

1.2 Задание 3

С помощью интерпретатора команд gnuplot построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2.

Скринкасты о работе с gnuplot: Первый, Второй .

Плавающие объекты Скринкаст

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Перепечатал страницы документа, содержащего математический текст. Оформил новые окружения (колонтитулы, следствия, нумерация формул). Пронумеровал формулы в автоматическом режиме и сделал на них ссылки. Ниже приведен результат работы

6.7. Свойства пределов функций. В пп. 6.7 – 6.12 все рассматриваемые функции определены на некотором фиксированном множестве $X \subset R$ и x_0 — его точка прикосновения, конечная или бесконечно удаленная.

Функция называется *ограниченной* (сверху или снизу), если множество ее значений ограничено (соответственно сверху или снизу).

1°. Если функция f имеет в точке x_0 конечный предел, то существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0 , что функция f ограничена на пересечении $X \cap U(x_0)$.

▷ Если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in R$, то существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0 , что для всех $x \in X \cap U(x_0)$ выполняется включение $f(x) \in U(a, 1)$ (здесь в качестве окрестности $U(a)$ в определении 6 взята окрестность $U(a, 1)$), т.е. неравенство $a - 1 < f(x) < a + 1$. ◁

Если функция f непрерывна в точке x_0 , то существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0 , что функция f ограничена на

$$X \cap U(x_0)$$

Это следует из того, что если функция f непрерывна в точке x_0 , то она имеет в этой точке конечный предел $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

2° (лемма о сохранении знака). Если функция f имеет в точке x_0 не равный нулю конечный предел $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \neq 0$, то существуют такие окрестность $U(x_0)$ точки x_0 и число $c > 0$, что для всех точек $x \in X \cap U(x_0)$ выполняются неравенства

$$f(x) > c, \quad \text{если} \quad a > 0; \quad f(x) < -c, \quad \text{если} \quad a < 0. \quad (1)$$

▷ Поскольку $a \neq 0$, то $\frac{|a|}{2} > 0$. Возьмем в качестве окрестности $U(a)$ в определении 6 окрестность $U\left(a, \frac{|a|}{2}\right)$. Тогда согласно этому определению существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0 , что для всех точек $x \in X \cap U(x_0)$ выполняется включение $f(x) \in U\left(a, \frac{|a|}{2}\right)$, т.е. справедливо неравенство

$$a - \frac{|a|}{2} < f(x) < a + \frac{|a|}{2}.$$

Отсюда имеем при $a > 0$

$$f(x) > a - \frac{|a|}{2} = \frac{a}{2} > 0$$

а при $a < 0$

$$f(x) < a + \frac{|a|}{2} = -|a| + \frac{|a|}{2} = -\frac{|a|}{2} < 0.$$

Таким образом, неравенства (1) выполняются при $c = \frac{|a|}{2}$. ◁

РґРњРхРҮСҒСТРӱРҫРх 1 Если функция f непрерывна в точке x_0 и $f(x_0) \neq 0$, то существуют такие окрестность $U(x_0)$ точки x_0 и постоянная $c > 0$, что для всех $x \in X \cap U(x_0)$ выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} f(x) &> c, & \text{если } f(x_0) > 0; \\ f(x) &< -c, & \text{если } f(x_0) < 0. \end{aligned}$$

Это сразу вытекает из свойства 2°, поскольку непрерывность в точке x_0 означает существование у функции f в точке x_0 конечного предела, равного $f(x_0)$. В качестве c можно взять $\frac{|f(x_0)|}{2}$.

З а м е ч а н и е. Если у функции f в точке x_0 существует один из бесконечных пределов $\infty, +\infty$ и $-\infty$, то для любого числа $c > 0$ существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0 , что для любой точки $x \in X \cap U(x_0)$ выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} |f(x)| &> c, & \text{если } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty; \\ f(x) &> c, & \text{если } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty; \\ f(x) &< -c, & \text{если } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty. \end{aligned}$$

Это следует из определения 5 предела функции, в котором в качестве окрестности $U(a)$ бесконечно удаленной точки в этом случае следует взять окрестность $U(a, \frac{1}{c})$.

3°. Если $f(x) = c$ — постоянная, $x \in X$, то $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = c$.

Это означает, в частности, что постоянная функция является непрерывной.

4°. Если $f(x) \geq a$, $x \in X$ и существует конечный или определенного знака бесконечный предел $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, то $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \geq a$.

5°. Если $\varphi(x) \leq f(x) \leq \psi(x)$, $x \in X$ и существуют конечные или определенного знака бесконечные пределы $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \psi(x)$ и они равны между собой, то существует $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \psi(x).$$

6°. Если существуют конечные пределы $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то существуют и конечные пределы

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [\lambda f(x) + \mu g(x)] = \lambda \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \mu \lim_{x \rightarrow x_0} g(x), \quad \lambda \in R, \quad \mu \in R \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \lim_{x \rightarrow x_0} g(x), \quad (3)$$

а если $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$, то и

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}. \quad (4)$$

В последнем случае функция $\frac{f(x)}{g(x)}$ рассматривается только для тех x , для которых $g(x) \neq 0$ (см. свойство 2°).

▷ Утверждения 3°–6° следуют из соответствующих утверждений для пределов последовательностей (см. пп. 5.3, 5.6). Докажем, например, формулу (3). Пусть $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in R$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b \in R$. Возьмем какую-либо последовательность $x_n \in X, n = 1, 2, \dots$, имеющую своим пределом x_0 . Тогда согласно определению 1 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n) = b$, поэтому в силу свойства пределов последовательностей (свойство 3° в П. 5.6)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)g(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) \lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n) = ab,$$

и поскольку последовательность $\{x_n\}$ является произвольной последовательностью такой, что $x_n \rightarrow x_0$ и $x_n \in X, n = 1, 2, \dots$, то согласно тому же определению 1 предела функции получим

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = ab = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \lim_{x \rightarrow x_0} g(x). \triangleleft$$

Если функции f и g непрерывны в точке $x_0 \in X$, то функции $\lambda f(x) + \mu g(x), \lambda \in R, \mu \in R, f(x)g(x)$, а если $g(x_0) \neq 0$, то и $\frac{f(x)}{g(x)}$, непрерывны в точке x_0 .

▷ Докажем, например, непрерывность произведения $f(x)g(x)$. Если функции f и g непрерывны в точке x_0 , то в этой точке они имеют конечные пределы $f(x_0)$ и $g(x_0)$. Поэтому согласно формуле (3) получим

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = f(x_0)g(x_0).$$

Это и означает непрерывность произведения $f g$. $\triangleleft$

Отметим, что проведенное доказательство можно было бы и не проводить, так как непрерывность функции в точке означает, что (см. п. 6.2) эта точка принадлежит множеству задания функции и что у функции в этой точке существует предел по указанному множеству. Поскольку функции f и g заданы в точке x_0 , то, очевидно, и функции $\lambda f(x) + \mu g(x), f(x)g(x)$, а при $g(x_0) \neq 0$ и $\frac{f(x)}{g(x)}$, заданы в этой точке. В силу свойства 6° у перечисленных функций существуют пределы в точке x_0 , принадлежащей в данном случае их множеству задания, что и означает их непрерывность в точке x_0 . Иначе говоря, утверждение следствия является просто частным случаем утверждения 6°, когда точка, в которой рассматривается предел, принадлежит области определения функций.

2.2 Задание 3

Изучил программу gnuplot, а также его команды. Построил оригинальную кривую в декартовых координатах. Сохранил график в папку с текстом из задания №2. Использовал графический пакет в преамбулу. И добавил само изображение в конце текста с помощью определенных команд графического пакета. Ниже представлена график, который вставил в документ

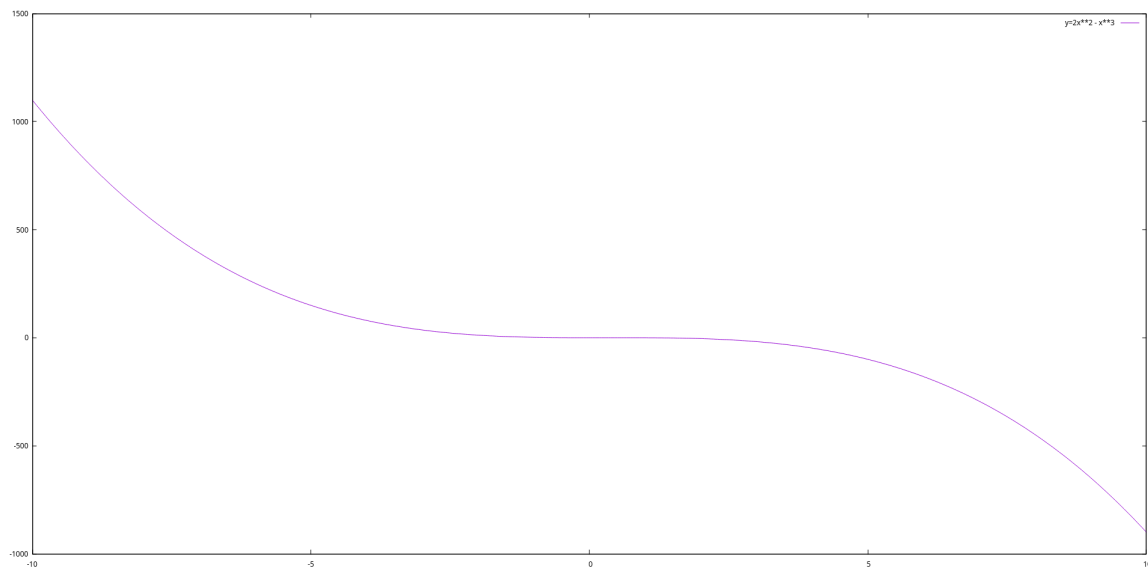


Рис. 1: Название изображения