

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Олюшкин И.В. группа 22103

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 2	4
2.2	Задание 3	8

1 Описание работы

На предмете “Компьютерные технологии в математике” я познакомился с программой LaTeX. В течении весеннего семестра я осваивал ее, изучал функционал данной программы, а также выполнял определенные задания с помощью нее. Так, я узнал, как создавать и редактировать pdf-файлы в LaTeX, о их структурах(т.е. из чего состоит документ); также я узнал о различных подключаемых пакетах, позволяющие расширить функционал LaTeX’a, о том, как набирать самые разные математические формулы и тексты, как форматировать текст и оформлять его в общем и целом, как работать в gnuplot - программе для рисования графиков, как писать специальные символы, как изменять шрифт и т.д.

Всего я выполнил 4 задания: первое - ознакомительное (“проба пера в LaTeX”), второе - конспект 3-х последовательных страниц из научной книги по математическому анализу, третье - рисование графика в программе gnuplot и импортирование графики в LaTeX, четвертое - подготовка отчета. По сути, второе и третье задания являются основными и на их выполнение ушло больше всего времени.

В ходе выполнения заданий я активно пользовался предоставленными источниками информации (книги по использованию программы LaTeX), просматривал скринкасты с сайта cs.petrsu.ru, подготовленные моим руководителем практики, а также различными интернет-ресурсами.

Еще во время освоения данной дисциплины мной были сделаны конспекты по следующим темам:

- Набор и трансляция LaTeX.
- Набор математически формул.
- Специальные знаки.
- Титульный лист.
- Виды документов, окружения.
- Оформление страницы.
- Оформление текста в целом.
- Включение графических объектов в документы.

2 Результаты работы

На следующих страницах представлены выполненные мной задания 2 и 3 в течение всего весеннего семестра, а именно конспект математического текста (3 страницы) и рисунок графика кривой.

2.1 Задание 2

1

следует, что число $\overline{z_1 + z_2}$ симметрично с $z_1 + z_2$, а число $\overline{z_1 - z_2}$ симметрично $z_1 - z_2$.

Проверим теперь, что в формуле 6° абсолютные величины и аргументы чисел, стоящих в левой и правой частях равенства, равны:

$$|\overline{z_1 z_2}| \stackrel{1^\circ}{=} |z_1 z_2| \stackrel{(2.8)}{=} |z_1| |z_2| \stackrel{1^\circ}{=} |\overline{z_1}| |\overline{z_2}| \stackrel{(2.8)}{=} |\overline{z_1 z_2}|,$$

$$\begin{aligned} \arg(\overline{z_1 z_2}) &\stackrel{1^\circ}{=} -\arg(z_1 z_2) \stackrel{(2.8)}{=} -(\arg z_1 + \arg z_2) \\ &= -\arg z_1 - \arg z_2 = \arg \overline{z_1} + \arg \overline{z_2} \stackrel{(2.8)}{=} \arg(\overline{z_1 z_2}). \end{aligned}$$

Аналогично доказывается свойство 7°

Используя сопряженные комплексные числа, можно получить формулу для частного комплексных чисел в алгебраической форме: умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i}$ на число $x_2 - y_2 i$, сопряженное знаменателю, получим

$$\frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i} = \frac{(x_1 + y_1 i)(x_2 - y_2 i)}{(x_2 + y_2 i)(x_2 - y_2 i)} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} i$$

При построении теории комплексных чисел мы исходили из того, что комплексным числом называют объекты вида $z = x + yi$, где x и y — действительные числа, а i — некоторый новый элемент, называемый мнимой единицей. Этому определению можно легко придать строго логическую форму следующим образом.

Назовем комплексным числом упорядоченную пару (x, y) действительных чисел x и y . Операции сложения и умножения для двух комплексных чисел (x, y) и (x', y') определим по формулам

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y'), \quad (1)$$

$$(x, y)(x', y') = (xx' - yy', xy' + x'y). \quad (2)$$

Комплексные числа вида $(x, 0)$ будем обозначать просто символом x :

$$(x, 0) = x, \quad (3)$$

а комплексное число $(0, 1)$ — символом i . Из формулы (2) следует, что

$$i^2 \equiv i \cdot i = (0, 1)(0, 1) \stackrel{(2)}{=} (-1, 0) = -1$$

Для любого комплексного числа (x, y) имеет место легко проверяемое тождество $(x, y) = x + yi$. В самом деле,

$$(x, y) \stackrel{(1)}{=} (x, 0) + (0, y) \stackrel{(2)}{=} (x, 0) + (0, 1)(y, 0) \stackrel{(3)}{=} x + yi$$

Таким образом, мы пришли к первоначальной записи комплексных чисел.

2.4. Перестановки и сочетания. Пусть задано конечное множество элементов. Выясним, сколькими различными способами можно упорядочить элементы этого множества.

О п р е д е л е н и е 1 Группы элементов, состоящие из одних и тех же элементов и отличающиеся друг от друга только их порядком, называются *перестановками этих элементов*

Число всех возможных перестановок n элементов обозначается P_n . Как это будет ниже показано, оно равно произведению всех натуральных чисел от 1 до n . Для краткости это произведение обозначают символом $n!$ (читается “эн факториал”), т. е. $n! \stackrel{\text{def}}{=} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Для удобства полагают

$$0! = 1 \quad (4)$$

П р и м е р 1 Группы $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3, 2\}$, $\{2, 1, 3\}$, $\{2, 3, 1\}$, $\{3, 1, 2\}$ и $\{3, 2, 1\}$ являются всевозможными перестановками элементов 1, 2 и 3.

Л е м м а 1 Если P_k — число всех перестановок из k элементов и $k > 1$, то

$$P_k = kP_{k-1} \quad (5)$$

▷ Множество всех перестановок из заданных k элементов разбивается на группы, в каждой из которых на первом месте стоит один и тот же элемент. Число таких групп равно k — числу всех элементов.

В перестановках, входящих в одну и ту же группу, на последующих $k - 1$ местах могут располагаться оставшиеся $k - 1$ элементов в любом порядке. Поэтому число перестановок в каждой группе равно P_{k-1}

Каждая перестановка из k элементов попадает в одну из описанных групп и в точности один раз. Поэтому для числа P_k всех перестановок из k элементов имеет место соотношение (5). ◁

Т е о р е м а 1 Число всевозможных перестановок из n элементов равно $n!$:

$$P_n = n!. \quad (6)$$

▷ Докажем теорему методом математической индукции. Если $n = 1$, то, очевидно, $P_1 = 1 = 1!$. Если для некоторого $k \in \mathbf{N}$ имеет место формула $P_k = k!$, то согласно лемме $P_{k+1} \stackrel{(5)}{=} (k+1)P_k = (k+1)k! = (k+1)!$. ◁

Выясним теперь, сколько подмножеств, содержащих m элементов, имеет множество, состоящее из n элементов, $1 \leq m \leq n$

О п р е д е л е н и е 2 Каждое множество, содержащее m элементов из числа n заданных, называется *сочетанием из n элементов по m* .

Подчеркнем, что сочетание определено как множество некоторых элементов без рассмотрения порядка, в котором они расположены.

Число всех сочетаний из n элементов по m обозначается C_n^m .

П р и м е р 2 Множества $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ и $\{2, 3\}$ образуют всевозможные сочетания из трех элементов 1, 2, 3 по два.

Из определения сочетаний вытекают следующие два свойства.

1°. *Имеет место формула*

$$C_n^k = C_n^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

где

$$C_n^0 \stackrel{\text{def}}{=} 1. \quad (8)$$

▷ Действительно, если из n элементов выбрать какое-либо сочетание, содержащее k элементов, то элементы, не вошедшие в него, составят сочетание из $n - k$ элементов. Причем, таким путем получается все сочетания из n элементов по $n - k$ и каждое по одному разу. Поэтому число сочетаний из n элементов по k , т. е. C_n^k , равняется числу сочетаний из n элементов по $n - k$, т. е. числу C_n^{n-k} . ◁

2°. *Имеет место формула*

$$C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots, n - 1. \quad (9)$$

▷ Пусть дано $n + 1$ элементов. Зафиксируем один из элементов и разобьем все сочетания по $k + 1$ элементов на две группы: содержащие этот элемент и не содержащие его. Число первых равно C_n^k (ибо если удалить фиксированный элемент из каждого содержащего его сочетания по $k + 1$ элементов, то получается всевозможные сочетания из n элементов по k и каждое по одному разу), число вторых равно C_n^{k+1} (ибо они образуют всевозможные сочетания по $k + 1$ элементов из n элементов, получающихся удалением фиксированного элемента из $n + 1$ заданных). Это и означает справедливость формулы (9). ◁

Докажем теперь формулу для числа всевозможных сочетаний из n элементов по m .

Т е о р е м а 2 *Для числа сочетаний имеет место формула*

$$C_n^m = \frac{P_n}{P_m P_{n-m}} \quad (10)$$

▷ Множество всех перестановок из заданных n элементов разбивается на группы, в каждой из которых на m первых местах стоят одни и те же

элементы (в том или ином порядке), а следовательно, и на последних $n - m$ местах также находятся одни и те же элементы. Число таких групп равно числу способов, которыми из данных n элементов можно выбрать m элементов, т. е. равно числу C_n^m .

В перестановках, входящие в одну и ту же группу, на m первых местах выбранные элементы могут быть расположены любым способом, а число таких способов равно числу P_m всевозможных перестановок из m элементов. Элементы же, стоящие на $n - m$ последних местах, также могут находиться в любом порядке, т. е. их них может быть образована любая перестановка из $n - m$ элементов, а число таких перестановок равно P_{n-m} .

2.2 Задание 3

5

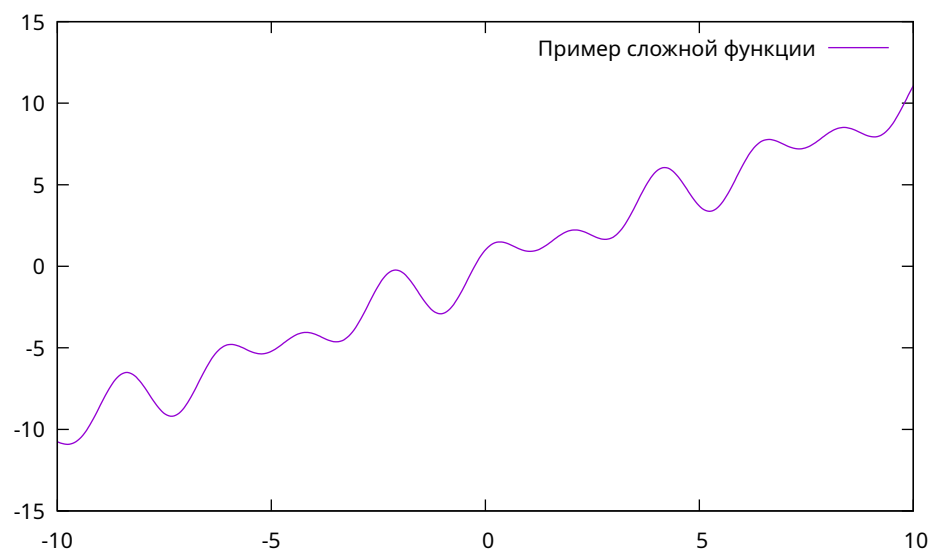


Рис. 1: Пример графика сложной функции