

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Калабин Н. В. группа 22103

подпись

Руководитель практики:
Е. И. Рыбин

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 2	3
2.2	Задание 3	8

1 Описание работы

Суть дисциплины «Учебная практика: компьютерные технологии в математике» была в том, чтобы научиться пользоваться системой компьютерной вёрстки L^AT_EX. Благодаря ней облегчается набор сложных документов. Особенно актуальной она становится для математиков, так как в ней наиболее удобный набор математических формул.

Для обучения нам было предложено 3 лабораторных работы, благодаря которым я обучился оформлению документов с помощью этой системы. Для каждой работы были предложены скринкасты для облегчения выполнения и более точного понимания задания.

Первая работа заключалась в обучении транслирования файлов формата tex в формат dvi, postscript и pdf. Для этого был дан тренировочный файл first-example.tex. Также по заданию было необходимо добавить в него оригинальный абзац текста, содержащий не менее одной группы и двух специальных символов.

Второе задание было в том, чтобы подготовить документ, который содержал математический текст. Для его выполнения преподавателями индивидуально для каждого были предоставлены страницы из книг, выложенных на сайте с лабораторными работами. Нужно было перенести предоставленный текст на язык L^AT_EX, при этом в точности повторить оформление страниц и всего, что есть на них.

Третья лабораторная работа заключалась в обучении использования интерпретатора команд gnuplot. Для выполнения задания было необходимо построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

нижней гранью и обозначается $\inf X$ или $\inf_{x \in X} x$ (от латинского слова *infimum* — наименьший).

Итак, $\beta = \sup X$, если, во-первых, число β ограничивает сверху множество X , т. е. для всех $x \in X$ выполняется неравенство $x \leq \beta$, а во-вторых, число β является наименьшим среди всех чисел, ограничивающих сверху множество X (т. е. если $\beta' < \beta$, то число β' уже не ограничивает сверху множество X , а это означает, что существует такое $x \in X$, что $x > \beta'$).

Таким образом, определение верхней грани можно перефразировать в следующем виде.

Определение 3 Число β называется *верхней гранью* числового множества X , если:

1. для любого $x \in X$ выполняется неравенство $x \leq \beta$;
2. для любого $\beta' < \beta$ существует такой $x \in X$, что $x > \beta'$ (рис. 44).

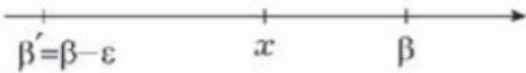


Рис. 4.1

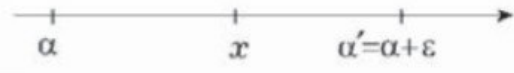


Рис. 4.2

Аналогично, число α называется *нижней гранью* числового множества X , если:

1. $x \in X \implies x \geq \alpha$;
2. для любого $\alpha' > \alpha$ существует такой $x \in X$, что $x < \alpha'$ (рис. 45)

Если во втором условии положить $\varepsilon = \beta - \beta'$ (соответственно $\varepsilon = \alpha' - \alpha$), то это условие можно перефразировать следующим образом:

2' для любого $\varepsilon > 0$ существует такой $x \in X$, что $x > \beta - \varepsilon$ (соответственно $x < \alpha + \varepsilon$).

П р и м е р. Пусть $a \in R, b \in R, a \leq b$; тогда

$$\sup[a, b] = \sup(a, b) = b, \quad \inf[a, b] = \inf(a, b) = a$$

Эти примеры показывают, в частности, что нижняя и верхняя грани могут как принадлежать, так и не принадлежать самому множеству.

В силу самого своего определения верхняя и нижняя грани множества единственны. В самом деле, если в некотором множестве, принадлежащем расширенной числовой прямой R , существует наименьший (наибольший) элемент, то он единственен, так как из двух разных элементов множества больший из них не может быть наименьшим элементом, а меньший — наибольшим.

Теорема 1 *Всякое ограниченное сверху непустое множество имеет верхнюю грань, а всякое ограниченное снизу непустое числовое множество имеет нижнюю грань*

▷ Пусть числовое множество A ограничено сверху, $A \neq \emptyset$, а B — множество всех чисел, ограничивающих сверху множество A . Если $a \in A$ и $b \in B$, то из определения числа, ограничивающего сверху множество, следует, что $a \leq b$. Следовательно, по свойству непрерывности действительных чисел (п. 2.1, свойство V) существует такое число β , что для всех $a \in A$ и всех $b \in B$ будет выполняться неравенство $a \leq \beta \leq b$. Неравенство

$$a \leq \beta, \quad a \in A,$$

означает, что число β ограничивает сверху множество A , а неравенство

$$\beta \leq b, \quad b \in B,$$

— что число β является наименьшим среди всех чисел, ограничивающих сверху множество A . Следовательно $\beta = \sup A$.

Аналогично доказывается, что ограниченное снизу числовое множество имеет нижнюю грань. ◁

Замечание 1. Если числовое множество X неограничено сверху, то у него не существует верхней грани в смысле определения 2. В этом случае по определению полагаем, что верхней гранью множества X является $+\infty$:

$$\sup X \stackrel{def}{=} +\infty.$$

Отметим, что при таком определении условия 1) и 2) определения 2' оказывается выполненным, если использовать соглашение (2.2) (п. 2.2).

Если числовое множество X неограничено снизу, то его нижней гранью является $-\infty$:

$$\sup X \stackrel{def}{=} -\infty.$$

Благодаря этому соглашению и теореме 1 всякое непустое числовое множество имеет единственную верхнюю (нижнюю) грань, конечную, если оно ограничено сверху (снизу), и бесконечную, если оно не ограничено сверху (снизу).

Замечание 2. Если X — числовое множество и для некоторого числа a и всех $x \in X$ выполняется неравенство $x \leq a$ (соответственно $x \geq a$), то $\sup_{x \in X} x \leq a$ ($\inf_{x \in X} x \geq a$), так как $\sup X$ (соответственно $\inf X$) является наименьшим (наибольшим) среди всех чисел, ограничивающих сверху (снизу) множество X . иначе говоря, в неравенствах можно переходить к верхним и нижним граням.

4.3 Арифметические свойства верхних и нижних граней Отметим, три свойства верхних и нижних граней, связанные с арифметическими операциями над числовыми множествами. Прежде всего определим такие операции.

Арифметической суммой $X_1 + \dots + X_n$ числовых множеств $X_1, \dots, X_n$ называется множество всех чисел x , представимых в виде

$$x = x_1 + \dots + x_n, \quad x_1 \in X_1, \quad \dots, \quad x_n \in X_n.$$

Арифметической разностью $X - Y$ числовых множеств X и Y называется множество чисел z , представимых в виде

$$z = x - y, \quad x \in X, \quad y \in Y.$$

Следует, конечно, отличать понятие арифметической суммы $X_1 + \dots + X_n$ и разности $X - Y$ от понятия теоретико-множественной суммы $X_1 \cup \dots \cup X_n$ и разности $X \setminus Y$ тех же множеств.

Произведением λX числа λ на числовое множество X называется множество всех чисел вида λx , $x \in X$.

$$\sup(X_1 + \dots + X_n) = \sup X_1 + \dots + \sup X_n, \quad (3.3)$$

$$\inf(X_1 + \dots + X_n) = \inf X_1 + \dots + \inf X_n. \quad (3.4)$$

▷ Если $x \in X_1 + \dots + X_n$, т. е. $x = x_1 + \dots + x_n$, $x_1 \in X_1, \dots, x_n \in X_n$, то $x_k \leq \sup X_k$, $k = 1, 2, \dots, n$, и, следовательно,

$$x = x_1 + \dots + x_n \leq \sup X_1 + \dots + \sup X_n. \quad (3.5)$$

Пусть теперь

$$y < \sup X_1 + \dots + \sup X_n. \quad (3.6)$$

Рассмотрим сначала случай, когда все верхние грани $\sup X_k$, $k = 1, 2, \dots, n$, конечные. В этом случае представим число y в виде $y = y_1 + \dots + y_n$, где

$$y_k < \sup X_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.7)$$

В качестве y_k можно взять

$$y_k \stackrel{\text{def}}{=} \sup X_k - \frac{\varepsilon}{n} \quad (3.8)$$

где

$$\varepsilon = \sup X_1 + \dots + \sup X_n - y > 0 \quad (3.9)$$

Действительно, в этом случае $y_k < \sup X_k$ и

$$y_1 + \dots + y_n \stackrel{(4.8)}{=} \left(\sup X_1 - \frac{\varepsilon}{n}\right) + \dots + \left(\sup X_n - \frac{\varepsilon}{n}\right) =$$

$$= (\sup X_1 + \dots + \sup X_n) - \varepsilon \stackrel{(4.9)}{=} y.$$

Из неравенств (4.7) следует, что существуют такие $x_k \in X_k$, что

$$y_k < x_k \leq \sup X_k, \quad k = 1, 2, \dots$$

Полагая $x = x_1 + \dots + x_n$, получим

$$x \in X_1 + \dots + X_n, \quad x = x_1 + \dots + x_n > y_1 + \dots + y_n = y \quad (3.10)$$

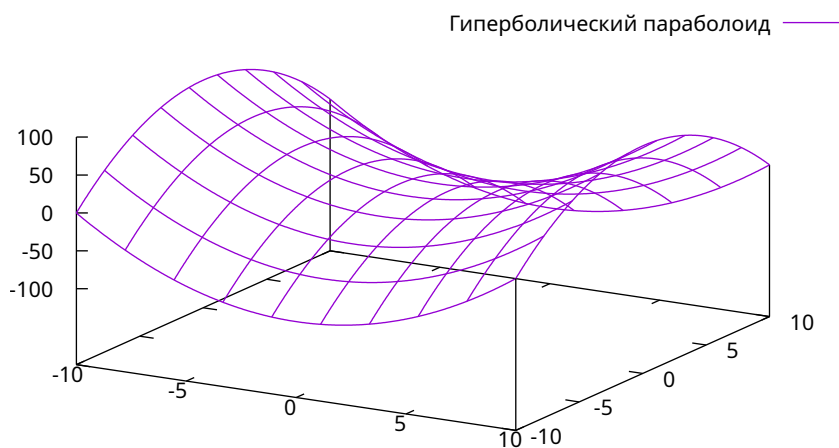


Рис. 4.3: ТРЕТЬЯ ЛАБОРАТОРНАЯ

2.2 Задание 3

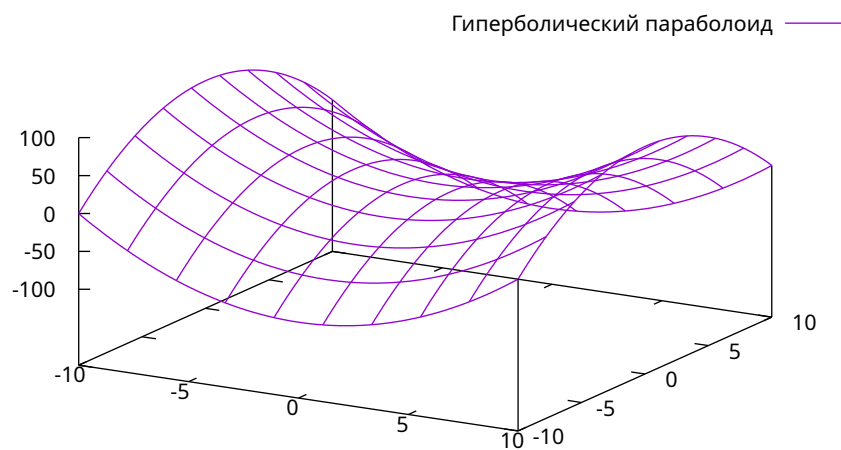


Рис. 1: ТРЕТЬЯ ЛАБОРАТОРНАЯ