

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Дорошин Г.Л. группа 22101

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Готовая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	2
1.1	Задание 2	2
1.2	Задание 3	2
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 2	3
2.2	Задание 3	6

1 Описание работы

1.1 Задание 2

Подготовить документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. (страницы берутся из Том 1, Том 2)

Скринкаст о наборе математических формул.

Скринкаст о рубрикации текста и специальных абзацах.

Скринкаст об оформлении новых окружений (теоремы, леммы и пр.) и команд.

Внимание! Разделы, если они есть, и нумерация формул должны быть оформлены автоматически.

Выполнение 2 лабораторной работы делится на 2 части:

1. Обработка текста:

- (a) Копирование текста со страниц
- (b) Оформление страниц
- (c) Работа с формулами

2. Выполнение лабораторной работы:

- (a) Вставка обработанного текста в файл
- (b) Создание автоматической нумерации и ссылок на формулы, как показано в скринкасте
- (c) Оформление теорем, как показано в скринкасте

1.2 Задание 3

С помощью интерпретатора команд `gnuplot` построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2.

Скринкасты о работе с `gnuplot`: Первый, Второй .

Плавающие объекты Скринкаст

Выполнение 3 лабораторной работы делится на 2 части:

1. Создание изображения в `gnuplot`:

- (a) Создание файла с координатами точек: "test.dat"
- (b) Размещение файла в корне программы

- (c) Оформление заголовка над графиком и подписей координат:
`set title "Latex task 3" font "Times-Roman,35"`
`set ylabel "Y-AXIS" font "Times-Italic,32"`
`set xlabel "X-AXIS" font "Helvetica,20"`
 - (d) Построение графика:
`plot "test.dat" using 1:2 smooth bezier.`
 - (e) Сохранение изображения
2. Размещение графика в документе, созданном ранее в лабораторной 2:
- (a) Конвертирование изображение в формат eps
 - (b) Размещение изображения в том же месте, где находится tex файл
 - (c) Вставка изображения в файл, как показано в скринкасте
 - (d) Добавление ссылки на изображение, как показано в скринкасте

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Выполнены все пункты из 1 и 2 части. Ниже приведен результат выполнения лабораторной работы:

Из (33.7) видно, что расстояние (33.2) между точками $M_1 = (x_1, y_1, z_1)$ и $M_2 = (x_2, y_2, z_2)$ есть не что иное, как длина вектор $\mathbf{a}$ с началом в одной из этих точек и концом в другой, т. е. длина разности (33.5) векторов $\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$ и $\mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2)$:

$$\mu(M_1, M_2) = |\mathbf{a} - \mathbf{b}| \quad (1)$$

Нам понадобится понятие n -мерного пространства (n — натуральное число), элементами x которого являются упорядоченные множества n действительных чисел

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_k \in R, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Эти элементы по аналогии с обычным пространством можно рассматривать и как точки, и как векторы (n -мерного пространства). В первом случае для них определяется понятие расстояния, во втором соответствующие векторные операции.

Линейная комбинация с коэффициентами λ и μ двух элементов $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ по аналогии с формулой (33.3) определяется равенством

$$\lambda x + \mu y \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda x_1 + \mu y_1, \lambda x_2 + \mu y_2, \dots, \lambda x_n + \mu y_n) \quad (2)$$

В частности,

$$x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n), \quad (3)$$

$$x - y = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n), \quad (4)$$

$$\lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n). \quad (5)$$

Скалярное произведение элементов x и y определяется равенством

$$(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n. \quad (6)$$

Подчеркнем, что в случае $n = 1, 2, 3$ формулы (2) и (6) доказываются с помощью свойств геометрии трехмерного пространства, а в случае $n > 3$ они принимаются за определение.

Определение 1. Множество всех упорядоченных систем $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ n действительных чисел, для которых определены линейные комбинации (2) и скалярное произведение (6), называется n -мерным арифметическим евклидовым векторным пространством и обозначается R^n . Его элементы $x = (x_1, \dots, x_n)$ называются векторами, а числа $x_1, x_2, \dots, x_n$ - их координатами.

Отметим, что для простоты записи векторы в n -мерном пространстве при произвольном n обычно обозначаются светлым шрифтом.

Вектор $0 = (0, 0, \dots, 0)$ называется нулевым вектором.

Для любого вектора x вектор $-x \stackrel{\text{def}}{=} (-1)x$ называется противоположным вектору x . Очевидно, что $x + (-x) = 0$.

Скалярное произведение (6) векторов пространства R^n имеет следующие свойства.

1°. Симметричность: $(x, y) = (y, x)$.

2°. Линейность: $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$.

3°. $(x, x) \geq 0$.

4°. Если $(x, x) = 0$, то $x = 0$.

Все это верно для любых $x \in R^n, y \in R^n, z \in R^n$ и $\lambda \in R, \mu \in R$. Свойства 1° – 4° непосредственно следуют из определения (6).

Длина $|x|$ вектора x пространства R^n по аналогии с формулой (33.7) определяется равенством

$$|x| \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{(x, x)} \quad (7)$$

следовательно,

$$|x| \stackrel{=}{(33.13)} \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}. \quad (8)$$

Очевидно, что длина $|x|$ вектора x равна нулю тогда и только тогда, когда $x = 0$.

Длина вектора обладает тем свойством, что для любого числа λ имеет место равенство

$$|\lambda x| = |\lambda| |x| \quad (9)$$

В частности, $|-x| = |x|$

Лемма 1 Для скалярного произведения векторов $x \in R^n$ и $y \in R^n$ справедливо неравенство

$$|(x, y)| \leq |x| |y| \quad (10)$$

Это неравенство называется неравенством Коши-Шварца*).

▷ Если $x = 0$, то неравенство (10) очевидно, так как обе части обращаются в нуль.

Пусть $x \neq 0$. Для любого $t \in R$ согласно свойству 3° скалярного произведения выполняется неравенство

$$(tx + y, tx + y) \geq 0. \quad (11)$$

С другой стороны, в силу 1° и 2°

$$(tx + y, tx + y) = (x, x)t^2 + 2t(x, y) + (y, y) \quad (12)$$

поэтому

$$(x, x)t^2 + 2t(x, y) + (y, y) \stackrel{(33.18), (33.19)}{\geq} 0$$

где из условия $x \neq 0$ согласно свойству 4° имеем $(x, x) \neq 0$. Но если квадратный трехчлен неотрицателен, то его дискриминант неположителен:

$$(x, y)^2 - (x, x)(y, y) \leq 0$$

а это неравенство равносильно неравенству (10).

*) Г. Шварц (1843-1921) - немецкий математик. Следствие 1. Для любых векторов $x \in R^n$ и $y \in R^n$ выполняется неравенство

$$|x + y| \leq |x| + |y| \quad (13)$$

▷ Действительно,

$$\begin{aligned} |x + y| &\stackrel{(33.14)}{=} \sqrt{(x + y, x + y)}_{1^\circ, 2^\circ} = \sqrt{(x, x) + 2(x, y) + (y, y)} \stackrel{(33.14), (33.17)}{\leq} \\ &\leq \sqrt{|x|^2 + 2|x||y| + |y|^2} \leq \sqrt{(|x| + |y|)^2} = |x| + |y|. \triangleleft \end{aligned}$$

В координатной записи неравенства (10) и (13) имеют вид

$$\begin{aligned} \left| \sum_{i=1}^n x_i y_i \right| &\leq \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}, \\ \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i + y_i)^2} &\leq \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}. \end{aligned}$$

Следствие 2. Для любых векторов $x \in R^n$ и $y \in R^n$ выполняется неравенство

$$||x| - |y|| \leq |x - y|. \quad (14)$$

▷ Это неравенство является непосредственным следствием неравенства (13). В самом деле,

$$|x| = |x - y + y| \stackrel{(33.20)}{\leq} |x - y| + |y|$$

поэтому $|x| - |y| \leq |x - y|$. Аналогично, $|y| - |x| \leq |y - x| = |x - y|$. Из двух последних неравенств и следует неравенство (14).

Два вектора, скалярное произведение которых равно нулю, называются ортогональными. Ненулевые ортогональные векторы называются перпендикулярными.

Если вектор e_i имеет все координаты равными нулю, кроме i -й, которая равна единице, то множество векторов $x = e_i t, -\infty < t < \infty$

пространства, $i = 1, 2, \dots, n$, а упорядоченное множество векто-

Векторы канонического базиса ортогональны друг другу, и длины их равны единице.

Всякое упорядоченное множество n единичных векторов $e'_i, i = 1, 2, \dots, n$ (т. е. длины которых равны единице), попарно ортогональны друг другу:

$$|e_i| = 1, \quad (e_i, e_j) = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

называется базисом пространства или, более полно, ортонормированным базисом.

2.2 Задание 3

Выполнены все пункты из 1 и 2 части. Ниже представлено изображение кривой, построенной по точкам:

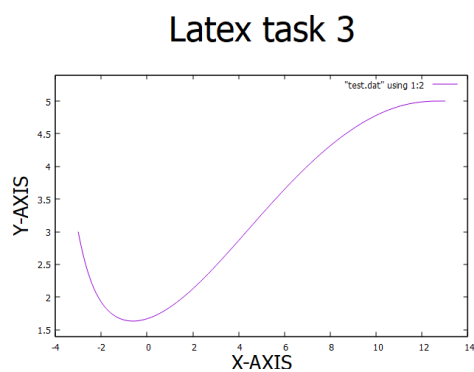


Рис. 1: График кривой, построенной по точкам