

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:

Дондин М.М. группа 22104

подпись

Руководитель практики:

к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 2	3
2.2	Задание 3	7

1 Описание работы

В рамках образовательной программы по дисциплине “Учебная практика. Компьютерные технологии в математике” я выполнил два задания:

1. Первое задание требует подготовить документ с математическим текстом на языке LaTeX. Для выполнения этой задачи необходимо создать файл с расширением ".txt" и использовать LaTeX-редактор для написания текста. Инструктор предоставит материалы, которые нужно будет вставить в документ, соблюдая структуру и команды LaTeX. После написания текста его можно скомпилировать в PDF.

2. Второе задание заключается в построении изображения кривой в декартовых координатах с помощью интерпретатора команд GNUPLOT. Для этого необходимо написать скрипт на GNUPLOT, в котором задать функцию кривой и указать параметры графика. После запуска скрипта GNUPLOT с помощью консоли будет сгенерировано изображение кривой в виде файла с расширением ".png" или другим форматом. В итоге будет получен график кривой в декартовых координатах, который можно использовать для визуализации данных.

Оба задания научили меня работать с соответствующими инструментами (LaTeX и GNUPLOT), следовать инструкциям инструктора и дали представление о интерпретировании математических формул и графиков. Кроме того, для успешного выполнения заданий необходимо было развить умение самостоятельно искать информацию и решения на возникающие вопросы.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Для многогранника $s_k(V_r^n)$ (см. формулу (42.9)), состоящего из кубов ранга k (следовательно, с рёбрами, параллельными координатным осям первой координатной системы), будем иметь

$$\mu s_k(V_r^n) = A \mu s_k(V_r^{n'}).$$

Поэтому

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mu s_k(V_r^n) = \lim_{k \rightarrow \infty} A \mu s_k(V_r^{n'}),$$

т. е.

$$\lambda(V_r^n) = A \lambda(V_r^{n'}).$$

Это означает, что $A = 1$.

Итак, действительно мера множества не зависит от выбора системы координат. Поскольку переход от одного ортонормированного базиса к другому осуществляется с помощью ортогональных матриц, то мера является инвариантом при линейных отображениях, задаваемых формулами

$$y_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

с ортогональными матрицами $C = (c_{ij})$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ (см. п. 33.1). Напомним, что раньше (в п. 42.1) было показано, что мера множества не зависит и от линейного переноса.

43.5* Формулы Ньютона-Лейбница и Тейлора.

Приведём самые простые и полезные формулы, которые могут быть получены с помощью интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница и её обобщения являются частным случаем следующей общей формулы. Тейлоров ряд для функции одной переменной может быть интегрирован по частям, чтобы дать повторное интегрирование интеграла (см. Пример 43.2).

Теорема 2. Если функция f непрерывно дифференцируема $k-1$ раз на отрезке $[a, b]$, и непрерывно дифференцируема k -ый раз на интервале (a, b) , имеет место равенство

$$f(b) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (b-a)^k + \frac{1}{(n-1)!} \int_a^b f^{(n)}(t) (b-t)^{n-1} dt, \quad (43.34)$$

(формула Тейлора с остаточным членом в форме повторного интеграла).

§43. Сведение кратного интеграла к повторному

Докажем формулу (43.34) по индукции. При $n = 1$ она является формулой Ньютона-Лейбница

$$f(x) = f(x_0) + \int_{x_0}^x f'(t_1) dt_1.$$

Если при некотором $m = 1, 2, \dots, n - 1$ имеет место формула

$$f(x) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + \frac{1}{(m-1)!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_{m-1}}^x f^{(m)}(t_m) dt_m, \quad (43.35)$$

то, применив формулу Ньютона-Лейбница к функции $f^{(m)}(t_m)$, т. е.

$$f^{(m)}(t_m) = f^{(m)}(x_0) + \int_{x_0}^{t_m} f^{(m+1)}(t_{m+1}) dt_{m+1},$$

подставив получившееся выражение в интегральный член равенства (43.35) и проинтегрировав первое слагаемое, получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(m-1)!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_{m-1}}^x f^{(m)}(t_m) dt_m \\ &= \frac{1}{(m-1)!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_{m-2}}^x \left(f^{(m)}(x_0) + \int_{x_0}^{t_m} f^{(m+1)}(t_{m+1}) dt_{m+1} \right) dt_m \\ &= \frac{f^{(m)}(x_0)}{(m-1)!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_{m-2}}^x dt_m + \frac{1}{(m-1)!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_{m-1}}^x \int_{x_0}^{t_m} f^{(m+1)}(t_{m+1}) dt_{m+1} dt_m \\ &= \frac{f^{(m)}(x_0)}{(m-1)!} \int_{x_0}^x (x - t_1)^{m-1} dt_1 + \frac{1}{m!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_m}^x f^{(m+1)}(t_{m+1}) dt_{m+1}. \end{aligned} \quad (43.36)$$

Из равенства (43.35) и (43.36) следует, что

$$f(x) = \sum_{k=0}^m \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + \frac{1}{m!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_m}^x f^{(m+1)}(t_{m+1}) dt_{m+1}.$$

При $m = n - 1$ эта формула превращается в формулу (43.34).

Покажем, что остаточный член

$$r_n(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_{x_0}^x \int_{t_1}^x \cdots \int_{t_{n-1}}^x f^{(n)}(t_n) dt_n \quad (43.37)$$

в формуле Тейлора (43.34) может быть преобразован в уже известной его интегральной форме с одним интегрированием.

§5. Интегральное исчисление функций многих переменных

Сначала заметим, что для любой непрерывной на отрезке $[a, b]$ функции φ имеет место формула

$$\int_a^b \int_a^y \varphi(x)(y-x)^{k-1} dx dy = \frac{1}{k} \int_a^b \varphi(x)(b-x)^k dx, \quad k \neq 0. \quad (43.38)$$

Она получается с помощью изменения порядка интегрирования

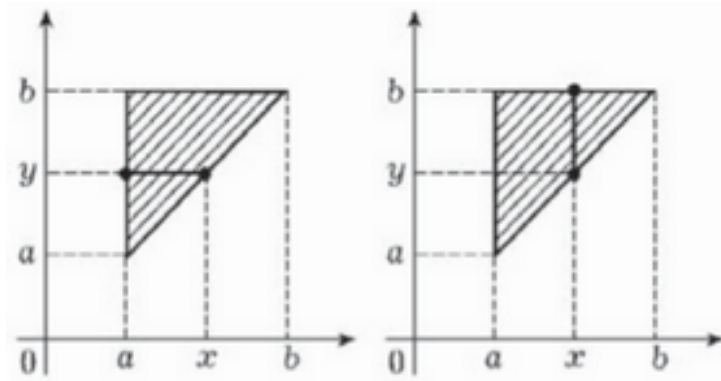


Рис. 159

(см. рис. 159, интегрирование производится по заштрихованному треугольнику):

$$\int_a^b \int_a^y \varphi(x)(y-x)^{k-1} dx dy = \int_a^b \varphi(x) \int_x^b (y-x)^{k-1} dy dx = \frac{1}{k} \int_a^b \varphi(x)(b-x)^k dx.$$

Далее, справедлива формула

$$\int_a^b \int_a^{t_1} \cdots \int_a^{t_{k-1}} \varphi(t_k) dt_k dt_{k-1} \cdots dt_1 = \frac{1}{(k-1)!} \int_a^b \varphi(t)(t-a)^{k-1} dt, \quad k = 1, 2, \dots \quad (43.39)$$

Эта формула также доказывается по индукции: если справедливо равенство (43.39), то, применив его к внутреннему интегралу

$$\int_a^b \int_a^{t_1} \cdots \int_a^{t_{k-1}} \varphi(t_k) dt_k dt_{k-1} \cdots dt_1 = \int_a^b \frac{1}{(k-1)!} \int_a^{t_1} \varphi(t)(t-a)^{k-1} dt dt_1 = \frac{1}{(k-1)!} \int_a^b \varphi(t)(t-a)^{k-1} dt,$$

т. е. формула (43.39) остается верной при замене k на $k+1$.

2.2 Задание 3

