

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ «ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнила:
Диклова Е.С. группа 22101

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

подпись

Итоговая оценка:

оценка

Содержание

1	Описание работы	3
1.1	Задание 2	3
2	Результаты работы	3
2.1	Задание 3	3
3	Результаты работы	3
3.1	Задание 2	3
3.2	Задание 3	6

1 Описание работы

В этом семестре нам была предоставлена возможность поработать с наиболее популярным набором расширений системы компьютерной вёрстки - LaTeX. Посредством трёх работ мы узнали, что такое LaTeX, изучили основные команды, научились верстать файлы различных форматов и создавать графические изображения с помощью gnuplot.

С самого начала возникло много сложностей в связи с тем, что ранее я не сталкивалась с LaTeX, но течением времени мои навыки улучшались благодаря просмотру скринкастов, которые были подкреплены на сайте с нашими заданиями, а также различной литературе, найденной в библиотеке и интернете.

1.1 Задание 2

Подготовить документ, содержащий, математический текст, предоставленный инструктором. (страницы берутся из Том 1, Том 2)

Скринкаст о наборе математических формул.

Скринкаст о рубрикации текста и специальных абзацах

Скринкаст об оформлении новых окружений (теоремы, леммы и пр.) и команд.

Внимание! Разделы, если они есть, и нумерация формул должны быть оформлены автоматически.

2 Результаты работы

2.1 Задание 3

С помощью интерпретатора команд gnuplot построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2.

Скринкасты о работе с gnuplot: Первый, Второй.

Плавающие объекты Скринкаст.

3 Результаты работы

3.1 Задание 2

В данной работе я подготовила документ с напечатанным математическим текстом из предоставленного мне источника.

$$4. \alpha \neq 1, \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} \int_1^\eta \frac{dx}{x^\alpha} = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} \frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha} \Big|_1^\eta = \begin{cases} +\infty, & \text{если } \alpha < 1, \\ \frac{1}{\alpha-1}, & \text{если } \alpha > 1. \end{cases}$$

Итак, интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ сходится при $\alpha > 1$ и расходится при $\alpha \leq 1$.

29.2 Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов. В силу свойства предела функций и определения значения несобственного интеграла как предела функции, являющейся интегралом Римана с переменным пределом интегрирования, на собственные интегралы предельным переходом переносятся многие свойства определённого интеграла.

В дальнейшем в этом параграфе для простоты в вопросах теории будем рассматривать случай несобственного интеграла от функций, определённых на полуинтервале $[a, b)$ и интегрируемых по Риману на любом отрезке $[a, \eta]$, $-\infty < a \leq \eta < b \leq +\infty$ (определение (29.1)), если, конечно, специально не оговорено что-либо другое.

Аналогичные определения и теоремы для интегралов (29.4) и (29.5) читатель без труда сформулирует самостоятельно.

Для общего несобственного интеграла (29.6) утверждения, аналогичные тем, которые будут сформулированы ниже для интеграла вида (29.1), также справедливы и в случае необходимости могут быть сформулированы читателем.

1°. **Ф о р м у л а Н ь ю т о н а - Л е й б н и ц а.** Если функция f непрерывна на промежутке $[a, b)$ и Φ - какая-либо ее первообразная, то

$$\int_a^b f(x)dx = \Phi(b-0) - \Phi(a) \quad (1)$$

В этом равенстве либо обе части одновременно имеют смысл, и тогда они равны, либо они одновременно не имеют смысла, т. е. стоящие в них пределы не существуют.

▷ Справедливость формулы (1) следует из того, что для любого $\eta \in [a, b)$, согласно формуле Ньютона-Лейбница для интеграла Римана (теорема 3 из п. 25.2), имеет место равенство

$$\int_a^\eta f(x)dx = \Phi(\eta) - \Phi(a) \quad (2)$$

Из него следует, что предел $\lim_{\eta \rightarrow b} \int_a^\eta f(x)dx$ существует тогда и только тогда, когда существует предел $\lim_{\eta \rightarrow b} \Phi(\eta)$, причем, если эти пределы существуют, то, перейдя в равенстве (2) к пределу при $\eta \rightarrow b$, получим формулу (1). ◁

2°. **Л и н е й н о с т ь и н т е г р а л а.** Если несобственные интегралы $\int_a^b f(x)dx$ и $\int_a^b g(x)dx$ сходятся, то для любых чисел λ и μ несобственный интеграл $\int_a^b [\lambda f(x) + \mu g(x)]dx$ также сходится и

$$\int_a^b [\lambda f(x) + \mu g(x)]dx = \lambda \int_a^b f(x)dx + \mu \int_a^b g(x)dx. \quad (3)$$

▷ Действительно, на основании соответствующих свойств предела и линейности интеграла Римана имеем

$$\begin{aligned} \int_a^b [\lambda f(x) + \mu g(x)]dx &\stackrel{(29.1)}{=} \lim_{\eta \rightarrow b} \int_a^\eta [\lambda f(x) + \mu g(x)]dx = \\ &= \lim_{\eta \rightarrow b} \left[\lambda \int_a^\eta f(x)dx + \mu \int_a^\eta g(x)dx \right] = \lambda \lim_{\eta \rightarrow b} \int_a^\eta f(x)dx + \mu \lim_{\eta \rightarrow b} \int_a^\eta g(x)dx \stackrel{(29.1)}{=} \\ &\stackrel{(29.1)}{=} \lambda \int_a^b f(x)dx + \mu \int_a^b g(x)dx \end{aligned}$$

3°. **И н т е г р и р о в а н и е н е р а в е н с т в.** Если интегралы $\int_a^b f(x)dx$ и $\int_a^b g(x)dx$ сходятся и для всех $x \in [a, b)$ выполняется неравенство $f(x) \leq g(x)$, то

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx \quad (4)$$

▷ В силу соответствующего свойства интеграла Римана (см. следствие свойства 6° в п. 24.1) для любого $\eta \in [a, b)$ выполняется неравенство

$$\int_a^\eta f(x)dx \leq \int_a^\eta g(x)dx$$

Перейдя в нем к пределу при $\eta \rightarrow b$, получим неравенство (4) <.

Аналогичным образом, исходя из соответствующих свойств интеграла Римана, с помощью предельного перехода доказываются и следующие два свойства несобственных интегралов (проведение доказательств которых предоставляется читателю).

4°. П р а в и л о з а м е н ы п е р е м е н н о й. Если функция $f(x)$ непрерывна на полуинтервале $\Delta_x = [a, b)$, функция $\varphi(t)$ непрерывно дифференцируема на полуинтервале $\Delta_t = [\alpha, \beta)$, $-\infty < \alpha < \beta \leq +\infty$, и выполняются условия

$$\varphi(\Delta_t) \subset \Delta_x, \quad a = \varphi(\alpha), \quad b = \lim_{t \rightarrow \beta} \varphi(t),$$

то

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt, \quad (5)$$

причем из существования интеграла, стоящего слева в этом равенстве, следует существование интеграла, стоящего справа.

Если функция φ такова, что обратная функция φ^{-1} однозначна и удовлетворяет условиям, аналогичным условиям, наложенным на функцию φ , и, следовательно, в интеграле, стоящем в правой части равенства (5), можно сделать замену переменной $t = \varphi^{-1}(x)$, то оба интеграла в этом равенстве сходятся или расходятся одновременно.

С помощью замены переменной из условий сходимости интегралов, рассмотренных в примерах 1 и 2 п. 29.1, следует, что интегралы $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ и $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^\alpha}$, $-\infty < a < b < +\infty$, сходятся при $\alpha < 1$ и расходятся при $\alpha \geq 1$. В самом деле, первый интеграл с помощью замены переменной $t = x - a$, а второй с помощью $t = b - x$ приводятся к интегралу $\int_0^{b-a} \frac{dt}{t^\alpha}$

5°. П р а в и л о и н т е г р и р о в а н и я п о ч а с т я м. Если функции u и v непрерывны на промежутке $[a, b)$, а их производные кусочно непрерывны на любом отрезке $[a, \eta)$, $a < \eta < b$, то

$$\int_a^b u dv = uv|_a^{b-0} - \int_a^b v du \quad (6)$$

При этом из существования любых двух из следующих трех пределов:

$$\begin{aligned} \int_a^b u dv &= \lim_{\eta \rightarrow b} \int_a^\eta u dv, & \int_a^b v du &= \lim_{\eta \rightarrow b} \int_a^\eta v du, \\ uv|_a^{b-0} &= \lim_{\eta \rightarrow b} u(\eta)v(\eta) - u(a)v(a) \end{aligned}$$

следует существование оставшегося.

З а м е ч а н и е. Отметим, что не все свойства интеграла Римана переносятся на несобственные интегралы. Например, интеграл от произведения двух функций может расходиться в случае, когда интеграл от каждого из сомножителей сходится: если $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, то интеграл

3.2 Задание 3

В этой работе я создала и разместила в ранее подготовленном файле изображение кривой при помощи интерпретатора команд `gnuplot`.

